

Section 2.1 연습문제

1.

 $2^{1/2} \cdot 4^{5/4} = 8$

2.

 $4^{1/5} \cdot 4^{-2/5} = \frac{1}{\sqrt[5]{4}}$

3.

 $(125^{1/2} \cdot 5^{1/2})^{1/2} = 5$

4.

 $\left(\frac{5^3}{5^{-2}}\right)^{1/5} = 5$

5.

 $x = 3$

6.

 $x = 2$

7.

 $x = 4$

8.

 $x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$

9.

 $x \neq \frac{1}{2}$ 인 모든 실수

10.

 모든 실수

11.

 $x \geq -2$ 인 모든 실수

12.

 $x \neq 0$ 인 모든 실수

13.

 $x = 1, 2$

14.

 y 축에 대하여 대칭이동

15.

 x 축에 대하여 대칭이동한 후, y 축을 따라 상방향으로 1만큼 평행이동

16.

 원점에 대하여 대칭이동

17.

 $x \geq 0$ 으로 제한된 $f(x)$ 와 제한된 $f(x)$ 를 y 축에 대하여 대칭이동한 함수

18.

 y 축에 대하여 대칭이동한 후, x 축을 따라 오른쪽으로 1만큼 평행이동

19.

 y 축을 따라 하방향으로 1만큼 평행이동

20.

 y 축을 따라 2만큼 늘리기

21.

 x 축을 따라 2만큼 늘리기

22.

 y 축을 따라 2만큼 늘리고 x 축을 따라 $1/2$ 로 줄이기

23.

 y 축에 대하여 대칭이동하고 x 축을 따라 왼쪽으로 1만큼 평행이동한 후, y 축을 따라 $1/2$ 로 줄이고 y 축을 따라 하방향으로 1만큼 평행이동

24.

 풀이

(a) $f(2) + f(-2) = 14$

(b) $f(3) + f(-3) = 52$

25.

 풀이

(a) $(-3, 0)$

(b) $(1, 4)$

26.

 풀이

(a) $y(50) = \frac{20}{\sqrt{2}} \doteq 14.14(\text{g})$

(b) 소요시간을 t_0 라 하면, $t_0 = 200$

27.

 풀이

(a) $t_0 = 70(\text{년})$

(b) 27(만 명)

Section 2.2 연습문제

1.

 $\log_2 4 + \log_4 64 = 5$

2.

 $\log_{16} 36 + \log_4 \frac{16}{9} = \frac{5}{2} - \frac{1}{2} \log_2 3$

3.

 $\ln(\ln e^{e^3}) = 3$

4.

 $e^{\ln 5 - \ln 125} = \frac{1}{25}$

5.

 $\log_2(a+b) - \log_4(a-b) = \frac{1}{2} \log_2 \frac{(a+b)^2}{a-b}$

6.

 $\log_2 x - \log_4(x-2) = \frac{1}{2} \log \frac{x^2}{x-2}$

7.

 $\ln(x^2 - 2x) - \ln(x-2) + \ln x = 2 \ln x$

8.

 $\ln e^{x+y} - \ln e^{x-y} = 2y$

9.

 $x = -100 \ln 4$

10.

 $x = 1$

11.

 $x = 1$

12.

 $x = -2, 3$

13.

 $\frac{\log_3 x}{\log_5 x} = \frac{\ln 5}{\ln 3}$

14.

 $\frac{\log_3 x^2}{\log_9 x} = 4$

15.

 $\frac{\log_x 2}{\log_{x^2} 4} = 1$

16.

 $\frac{\log_{\sqrt{5}} x}{\log_{\sqrt{10}} x} = \frac{\ln 10}{\ln 5}$

17.

 역함수는 $f^{-1}(x) = 1 + \ln(x - 2)$ 이고, 역함수의 정의역은 $x > 2$ 이다.

18.

 역함수는 $f^{-1}(x) = -\ln(x + 1)$ 이고, 역함수의 정의역은 $x > -1$ 이다.

19.

 역함수는 $f^{-1}(x) = \ln\left(\frac{x + \sqrt{x^2 - 4}}{2}\right)$ 이고, 정의역은 $x \geq 2$ 이다.

20.

 역함수는 $f^{-1}(x) = \log_2(x + \sqrt{x^2 - 1})$ 이고, 정의역은 $x \geq 1$ 이다.

21.

 $f^{-1}(4) = 0$

22.

 $f^{-1}(4) = \log_2 \frac{5}{3}$

23.

 $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(2047) = 10$

24

 $(f^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1})(1) = f^{-1}(1) = 1$

25.

 $t_0 = 40(\text{년})$

Section 2.3 연습문제

1.

$$\textcircled{\text{풀이}} \quad \frac{25\pi}{180} = \frac{5\pi}{36}$$

2.

$$\textcircled{\text{풀이}} \quad \frac{205\pi}{180} = \frac{41\pi}{36}$$

3.

$$\textcircled{\text{풀이}} \quad -\frac{250\pi}{180} = -\frac{25\pi}{18}$$

4.

$$\textcircled{\text{풀이}} \quad \frac{300\pi}{180} = \frac{5\pi}{3}$$

5.

$$\textcircled{\text{풀이}} \quad \left(\frac{180}{12}\right)^{\circ} = 15^{\circ}$$

6.

$$\textcircled{\text{풀이}} \quad -\left(13 \cdot \frac{180}{3}\right)^{\circ} = -780^{\circ}$$

7.

$$\textcircled{\text{풀이}} \quad \left(\frac{4 \cdot 180}{15}\right)^{\circ} = 48^{\circ}$$

8.

$$\textcircled{\text{풀이}} \quad \left(\frac{4 \cdot 180}{\pi}\right)^{\circ} = \left(\frac{720}{\pi}\right)^{\circ}$$

9.

$$\textcircled{\text{풀이}} \quad \text{(a) } l = r\theta = 6 \cdot \frac{\pi}{3} = 2\pi, \quad S = \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2} \cdot 6^2 \cdot \frac{\pi}{3} = 6\pi$$

$$\text{(b) } S = \frac{1}{2}rl \text{ 이므로 } l = \frac{2S}{r} = \frac{2 \cdot 12}{3} = 8, \quad l = r\theta \text{ 이므로 } \theta = \frac{l}{r} = \frac{8}{3}$$

$$\text{(c) } l = r\theta \text{ 이므로 } r = \frac{l}{\theta} = \frac{12}{\pi/12} = \frac{144}{\pi}, \quad S = \frac{1}{2}rl = \frac{1}{2} \cdot \frac{144}{\pi} \cdot 12 = \frac{864}{\pi}$$

$$(d) \quad l = r\theta \Rightarrow \text{따라서 } \theta = \frac{l}{r} = \frac{4}{2} = 2, \quad S = \frac{1}{2}rl = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 4$$

10.

 풀이

$$(a) \quad \sin \theta + \cos \theta = \sqrt{\frac{14}{9}} = \frac{\sqrt{14}}{3}$$

$$(b) \quad \sin^3 \theta - \cos^3 \theta = \frac{23}{27}$$

$$(c) \quad \sin^3 \theta + \cos^3 \theta = \frac{13\sqrt{14}}{54}$$

11.

 풀이

$$\cos \theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}, \quad \tan \theta = \frac{1}{2\sqrt{2}}, \quad \operatorname{cosec} \theta = 3, \quad \sec \theta = \frac{3}{2\sqrt{2}}, \quad \cot \theta = 2\sqrt{2}$$

12.

 풀이

$$\sin \theta = -\frac{12}{13}, \quad \tan \theta = -\frac{12}{5}, \quad \operatorname{cosec} \theta = -\frac{13}{12}, \quad \sec \theta = \frac{13}{5}, \quad \cot \theta = -\frac{5}{12}$$

13.

 풀이

$$\sin \theta = \frac{3}{\sqrt{10}}, \quad \cos \theta = -\frac{1}{\sqrt{10}}, \quad \operatorname{cosec} \theta = \frac{\sqrt{10}}{3}, \quad \sec \theta = -\sqrt{10}, \quad \cot \theta = -\frac{1}{3}$$

14.

 풀이

$$\cot \theta = 2, \quad \tan \theta = \frac{1}{2}, \quad \sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{5}}, \quad \cos \theta = -\frac{2}{\sqrt{5}}, \quad \operatorname{cosec} \theta = -\sqrt{5}, \quad \sec \theta = -\frac{\sqrt{5}}{2}$$

15.

 풀이

$$(a) \quad \sin 20^\circ = 0.3419$$

$$(b) \quad \cos 20^\circ = 0.9396$$

$$(c) \quad \sin 40^\circ = 0.6425$$

$$(d) \quad \sin 85^\circ = 0.9662$$

$$(e) \quad \cos 100^\circ = -0.1736$$

$$(f) \quad \tan 175^\circ = -0.0875$$

16.

 $\cos 22.5^\circ = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}, \quad \sin 22.5^\circ = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$

17.

 주기 : $p = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$, 진폭 : $a = 2$, 최댓값 : 2, 최솟값 : -2

18.

 주기 : $p = \frac{2\pi}{1/\pi} = 2\pi^2$, 진폭 : $a = \sqrt{2}$, 최댓값 : $\sqrt{2}$, 최솟값 : $-\sqrt{2}$

19.

 주기 : $p = \frac{2\pi}{\pi/2} = 4$, 진폭 : $a = \sqrt{5}$, 최댓값 : $\sqrt{5}$, 최솟값 : $-\sqrt{5}$

20.

 주기 : $p = \frac{2\pi}{1/12\pi} = 24\pi^2$, 진폭 : $a = 3$, 최댓값 : 3, 최솟값 : -3

21.

 주기 : $p = 2\pi$, 진폭 : $a = \sqrt{3}$, 최댓값 : $\sqrt{3}$, 최솟값 : $-\sqrt{3}$

22.

 주기 : $p = 2\pi$, 진폭 : $a = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, 최댓값 : $\frac{2\sqrt{3}}{3}$, 최솟값 : $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

23.

 $A = 1, B = \frac{1}{f}, C = 0, D = 1$

24.

 $A = -1, B = 4\pi^2, C = 2\pi, D = 0$

25.

 $A = -\frac{1}{\pi}, B = 1, C = -\frac{T}{4\pi}, D = \frac{1}{\pi}$

26.

 $A = \frac{L}{2\pi}, \quad B = L, \quad C = 0, \quad D = 1$

27.

 $b^2 \doteq \sqrt{729.4} = 27(\text{m})$

28.

 $R = \frac{33.75}{2} = 16.88(\text{cm})$

Section 2.4 연습문제

1.

$\sin^{-1} \sqrt{2}$ 는 존재하지 않는다.

2.

$\cos^{-1} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{3\pi}{4}$

3.

$\cot^{-1} (\sqrt{3}) = \frac{\pi}{6}$

4.

$\tan^{-1} \sqrt{3} = \frac{\pi}{3}$

5.

$\sin \left[\sin^{-1} \left(\frac{2}{5} \right) \right] = \frac{2}{5}$

6.

$\cos \left(\cos^{-1} \frac{2}{3} \right) = \frac{2}{3}$

7.

$\tan \left[\tan^{-1} \left(-\frac{1}{6} \right) \right] = -\frac{1}{6}$

8.

$\sin \left(-\frac{4\pi}{3} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로 $\sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{\pi}{3}$

9.

$\cos \left(-\frac{2\pi}{3} \right) = -\frac{1}{2}$ 이므로 $\cos^{-1} \left(-\frac{1}{2} \right) = \frac{2\pi}{3}$

10.

$\tan \left(-\frac{5\pi}{4} \right) = -1$ 이므로 $\tan^{-1} (-1) = -\frac{\pi}{4}$

11.

$\frac{\pi}{6}$ 0

12.

$\frac{\pi}{6}$ $\frac{7}{4}$

13.

$\frac{\pi}{6}$ 0

14.

$\frac{\pi}{6}$ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

15.

$\frac{\pi}{6}$ $\cos^{-1}\left(\frac{2-5\sqrt{3}}{12}\right)$

16.

$\frac{\pi}{6}$ $\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{7}-3\sqrt{3}}{8}\right)$

17.

$\frac{\pi}{6}$ 0

18.

$\frac{\pi}{6}$ $\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{6}}\right)$

19.

$\frac{\pi}{6}$ $-\tan^{-1}\frac{2}{3}$

20.

$\frac{\pi}{6}$ $-\frac{\pi}{4}$

21.

$\frac{\pi}{6}$ $\sin^{-1}\left(\frac{29}{5\sqrt{34}}\right)$

22.

 $\sin^{-1}\left(-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$

23.

 $0 \leq x \leq 1$

24.

 $[-2, \sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, 2]$

25.

 $0 \leq x < 1$

26.

 $-1 \leq x \leq 1$

27.

 $\operatorname{cosec}^{-1} x = \alpha$, $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$, $\alpha \neq 0$ 라 하면, $\operatorname{cosec} \alpha = x$ 이므로 $\sin \alpha = \frac{1}{x}$ 이고 따라서 $\alpha = \sin^{-1} \frac{1}{x}$ 이다.

28.

 $\tan^{-1} x = \alpha$, $\cot^{-1} x = \beta$ 라 하면, $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $0 < \beta < \pi$ 이고 $\tan \alpha = x$, $\cot \beta = x$ 이다. 그러므로

$$\sin \alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}, \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}, \sin \beta = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}, \cos \beta = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

이다. 한편

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} = 1$$

이므로 $\alpha + \beta = \tan^{-1} x + \tan^{-1} \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$ 이다.

29.

 $\frac{2}{\sqrt{x^2+4}}$

30.

$$\frac{\pi}{2} \circ \frac{\sqrt{4x^2 - 1}}{2x}$$

31.

$$\frac{\pi}{2} \circ \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x}$$

32.

$$\frac{\pi}{2} \circ \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}}$$

33.

$$\frac{\pi}{2} \circ \sqrt{9x^2 - 1}$$

34.

$$\frac{\pi}{2} \circ \sqrt{x^2 + 1}$$

35.

$$\frac{\pi}{2} \circ x = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \pi \right)$$

36.

$$\frac{\pi}{2} \circ x = -\frac{1}{4}$$

37.

$$\frac{\pi}{2} \circ x = \sqrt{2} - 1$$

38.

$$\frac{\pi}{2} \circ x = \pm \sqrt{2}$$

Section 2.5 연습문제

1.

$$\textcircled{\text{풀이}} \cosh x = \sqrt{\frac{13}{9}} = \frac{\sqrt{13}}{3},$$

$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{-2/3}{\sqrt{13}/3} = -\frac{2}{\sqrt{13}}, \quad \coth x = \frac{1}{\tanh x} = -\frac{\sqrt{13}}{2}$$

$$\operatorname{sech} x = \frac{1}{\cosh x} = \frac{3}{\sqrt{13}}, \quad \operatorname{cosech} x = \frac{1}{\sinh x} = -\frac{3}{2}$$

2.

$$\textcircled{\text{풀이}} \sinh x = \sqrt{\frac{24}{25}} = \frac{2\sqrt{6}}{5},$$

$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{2\sqrt{6}/5}{7/5} = \frac{2\sqrt{6}}{7}, \quad \coth x = \frac{1}{\tanh x} = \frac{7}{2\sqrt{6}}$$

$$\operatorname{sech} x = \frac{1}{\cosh x} = \frac{5}{7}, \quad \operatorname{cosech} x = \frac{1}{\sinh x} = \frac{5}{2\sqrt{6}}$$

3.

$$\textcircled{\text{풀이}} \operatorname{sech} x = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cosh x = \frac{1}{\operatorname{sech} x} = \frac{2}{\sqrt{3}},$$

$$\sinh x = \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad \operatorname{cosech} x = \frac{1}{\sinh x} = \sqrt{3}, \quad \coth x = \frac{1}{\tanh x} = 2$$

4.

$$\textcircled{\text{풀이}} \operatorname{cosech} x = \sqrt{3}, \quad \sinh x = \frac{1}{\operatorname{cosech} x} = \frac{1}{\sqrt{3}},$$

$$\cosh x = \sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}, \quad \operatorname{sech} x = \frac{1}{\cosh x} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{1/\sqrt{3}}{2/\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$$

5.

$$\textcircled{\text{풀이}} 2\left(\frac{1}{x} - x\right)$$

6.

$$\textcircled{\text{풀이}} \frac{1}{2}\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$$

7.

 x^2

8.

 $x + \frac{1}{x}$

9.


$$\begin{aligned} \sinh x \cosh y + \cosh x \sinh y &= \frac{e^x - e^{-x}}{2} \cdot \frac{e^y + e^{-y}}{2} + \frac{e^x + e^{-x}}{2} \cdot \frac{e^y - e^{-y}}{2} \\ &= \frac{1}{4} [(e^x - e^{-x})(e^y + e^{-y}) + (e^x + e^{-x})(e^y - e^{-y})] \\ &= \frac{1}{2} (e^{x+y} - e^{-(x+y)}) = \sinh (x+y) \end{aligned}$$

10.


$$\begin{aligned} \cosh x \cosh y + \sinh x \sinh y &= \frac{e^x + e^{-x}}{2} \cdot \frac{e^y + e^{-y}}{2} + \frac{e^x - e^{-x}}{2} \cdot \frac{e^y - e^{-y}}{2} \\ &= \frac{1}{4} [(e^x + e^{-x})(e^y + e^{-y}) + (e^x - e^{-x})(e^y - e^{-y})] \\ &= \frac{1}{2} (e^{x+y} + e^{-(x+y)}) = \cosh (x+y) \end{aligned}$$

11


$$\begin{aligned} \frac{\tanh x + \tanh y}{1 + \tanh x \tanh y} &= \frac{\frac{\sinh x}{\cosh x} + \frac{\sinh y}{\cosh y}}{1 - \frac{\sinh x}{\cosh x} \cdot \frac{\sinh y}{\cosh y}} = \frac{\frac{\sinh x \cosh y + \cosh x \sinh y}{\cosh x \cosh y}}{\frac{\cosh x \cosh y - \sinh x \sinh y}{\cosh x \cosh y}} \\ &= \frac{\sinh x \cosh y + \cosh x \sinh y}{\cosh x \cosh y - \sinh x \sinh y} = \frac{\sinh (x+y)}{\cosh (x+y)} \\ &= \tanh (x+y) \end{aligned}$$

12.

 $\sinh x \cosh y - \cosh x \sinh y = \sinh x \cosh (-y) + \cosh x \sinh (-y) = \sinh (x-y)$

13.

 $\cosh x \cosh y - \sinh x \sinh y = \cosh x \cosh (-y) + \sinh x \sinh (-y) = \cosh (x-y)$

14.


$$\frac{\tanh x - \tanh y}{1 - \tanh x \tanh y} = \frac{\tanh x + \tanh(-y)}{1 + \tanh x \tanh(-y)} = \tanh(x - y)$$

15.

 [연습문제 9]에서 $x = y$ 이면 명백히 성립함.

16.

 [연습문제 10]에서 $x = y$ 이면 명백히 성립함.

17.

 [연습문제 11]에서 $x = y$ 이면 명백히 성립함.

18.

 [연습문제 16]에서 $\cosh 2x = \cosh^2 x + \sinh^2 x = 1 + 2\sinh^2 x$ 이므로 명백히 성립함.

19.

 [연습문제 16]에서 $\cosh 2x = \cosh^2 x + \sinh^2 x = 2\cosh^2 x - 1$ 이므로 명백히 성립함.

20.

 [연습문제 18]과 [연습문제 19]로부터 $\tanh^2 x = \frac{\sinh^2 x}{\cosh^2 x} = \frac{\cosh 2x - 1}{\cosh 2x + 1}$ 이 성립한다.

21.

 [연습문제 9]에서 [연습문제 10]의 결과를 더하면 얻는다.

22.

 [연습문제 9]에서 [연습문제 10]의 결과를 빼면 얻는다.

23.

 [연습문제 10]에서 [연습문제 13]의 결과를 더하면 얻는다.

24.

 [연습문제 10]에서 [연습문제 13]의 결과를 빼면 얻는다.

25.

 [연습문제 21]에서 $x + y = X$, $x - y = Y$ 라 하면 $x = \frac{X + Y}{2}$, $y = \frac{X - Y}{2}$ 이므로 명백히

성립한다.

26.

 [연습문제 22]에서 $x + y = X$, $x - y = Y$ 라 하면 $x = \frac{X+Y}{2}$, $y = \frac{X-Y}{2}$ 이므로 명백히 성립한다.

27.

 [연습문제 23]에서 $x + y = X$, $x - y = Y$ 라 하면 $x = \frac{X+Y}{2}$, $y = \frac{X-Y}{2}$ 이므로 명백히 성립한다.

28.

 [연습문제 24]에서 $x + y = X$, $x - y = Y$ 라 하면 $x = \frac{X+Y}{2}$, $y = \frac{X-Y}{2}$ 이므로 명백히 성립한다.

29.



(a) $\sinh(x+y) = \frac{2\sqrt{29} + 2\sqrt{13}}{15}$

(b) $\cosh(x+y) = \frac{4 + \sqrt{377}}{15}$

30.

 $(\cosh x + \sinh x)^n = (e^x)^n = e^{nx} = \cosh nx + \sinh nx$

31.

 $\sinh^{-1} 2x = \ln(2x + \sqrt{4x^2 + 1})$

32.

 $\sinh^{-1} 4 = \ln(4 + \sqrt{17})$

33.

 $\cosh^{-1} \frac{x}{2} = \ln\left(\frac{x + \sqrt{x^2 - 4}}{2}\right)$

34.

 $\cosh^{-1} 4 = \ln(4 + \sqrt{15})$

35.

 $10 \ln(5 + 2\sqrt{6}) \doteq 22.92(\text{m})$