

CHAPTER 02

2.1

- (a) $y = c_1 e^x + c_2 e^{-x}$
- (b) $y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-2x}$
- (c) $y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-x}$
- (d) $y = c_1 e^{3x} + c_2 e^{-2x}$
- (e) $y = c_1 e^{-x} + c_2 x e^{-x}$
- (f) $y = c_1 e^{2x} + c_2 x e^{2x}$
- (g) $y = c_1 e^{3x} + c_2 x e^{3x}$
- (h) $y = c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x$
- (i) $y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x$
- (j) $y = e^x (c_1 \cos x + c_2 \sin x)$

2.2

- (a) $y = \frac{2}{3} e^{3x} + \frac{1}{3} e^{-3x}$
- (b) $y = -e^{-x}$
- (c) $y = -\frac{1}{2} e^{4x} - \frac{1}{2} e^{-2x}$
- (d) $y = 2e^{2x} - 4xe^{2x}$
- (e) $y = e^x (-\cos x + 3 \sin x)$
- (f) $y = e^x (2 \cos 2x - 2 \sin 2x)$

2.3

- (a) $y = c_1 e^x + c_2 e^{-x} + \frac{1}{3} e^{2x}$
- (b) $y = c_1 e^{3x} + c_2 e^{-2x} - \frac{1}{4} e^{-x}$
- (c) $y = c_1 e^{3x} + c_2 e^{-3x} - \frac{1}{10} \cos x$
- (d) $y = c_1 e^x + c_2 e^{-3x} - \frac{1}{5} \cos x - \frac{2}{5} \sin x$
- (e) $y = c_1 e^{-x} + c_2 e^{-2x} + \frac{1}{6} e^x + x - \frac{3}{2}$
- (f) $y = c_1 e^{-2x} + c_2 x e^{-2x} + \frac{1}{9} e^x + \frac{1}{4} x - \frac{1}{4}$
- (g) $y = c_1 e^x + c_2 e^{-x} + e^{2x} \left(\frac{1}{10} \cos x + \frac{1}{5} \sin x \right)$
- (h) $y = c_1 e^{-x} + c_2 e^{2x} + e^x \left(-\frac{3}{10} \cos x + \frac{1}{10} \sin x \right)$

$$(i) \quad y = c_1 e^x + c_2 e^{-x} + \frac{1}{2} x e^x$$

$$(j) \quad y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-2x} + \frac{1}{2} x e^{2x}$$

$$(k) \quad y = c_1 \cos x + c_2 \sin x + \frac{1}{2} x \sin x$$

$$(l) \quad y = c_1 e^{-2x} + c_2 x e^{-2x} + \frac{1}{2} x^2 e^{-2x}$$

$$(m) \quad y = c_1 e^{3x} + c_2 x e^{3x} + 2x^2 e^{3x}$$

$$(n) \quad y = c_1 e^{-x} + c_2 x e^{-x} + x^2 e^{-x}$$

2.4

$$(a) \quad y = -\frac{7}{25} e^x + \frac{7}{25} e^{-4x} + \frac{2}{5} x e^x$$

$$(b) \quad y = \frac{1}{2} e^{2x} + \frac{10}{17} e^{-3x} - \frac{1}{34} (3 \cos x + 5 \sin x)$$

$$(c) \quad y = \frac{7}{4} e^x + \frac{3}{20} e^{3x} + \frac{1}{10} \cos x - \frac{1}{5} \sin x - e^{-2x}$$

$$(d) \quad y = -\frac{1}{4} e^{2x} - \frac{5}{2} x e^x + \frac{1}{2} x^2 + x + \frac{5}{4}$$

$$(e) \quad y = 2e^x \sin x + 1$$

$$(f) \quad y = \frac{5}{12} e^{2x} - \frac{2}{3} e^{-x} - \frac{1}{2} x + \frac{1}{4}$$

$$(g) \quad y = \frac{1}{2} e^{-t} + \frac{1}{6} e^{3t} + \frac{1}{3}$$

2.5

$$(a) \quad y = c_1 e^x + c_2 e^{-x} - 4x$$

$$(b) \quad y = c_1 e^x + c_2 e^{2x} + \frac{1}{2} x + \frac{5}{4}$$

$$(c) \quad y = c_1 e^x + c_2 e^{-3x} - \frac{1}{4} e^{-x}$$

$$(d) \quad y = c_1 e^x + c_2 x e^x + x^2 e^x$$

$$(e) \quad y = c_1 e^{-x} + c_2 e^{2x} - x^2 + x - 1$$

$$(f) \quad y = c_1 e^x + c_2 e^{3x} - e^{2x} + \frac{1}{10} \cos x - \frac{1}{5} \sin x$$

$$(g) \quad y = c_1 e^x + c_2 x e^x + 2x + 4$$

$$(h) \quad y = c_1 e^{2x} + c_2 x e^{2x} - \frac{1}{32} e^x + \frac{1}{16} x e^x$$

$$(i) \quad y = \frac{26}{45} e^{2x} + \frac{1}{5} e^{-2x} - \frac{1}{3} x e^{-x} + \frac{2}{9} e^{-x} - \frac{1}{5} \sin x$$

$$(j) \quad y = \frac{1}{5} e^x (3 \sin x - \cos x) - \frac{2}{5} \sin x + \frac{1}{5} \cos x + x + 1$$

2.6

(a) $y = c_1x^2 + c_2x$

(b) $y = c_1x^{-1} + c_2x^{-2}$

(c) $y = c_1x^{-1} + c_2x^{-1/2}$

(d) $y = \frac{1}{x^2}(c_1 + c_2\ln|x|)$

(e) $y = \frac{1}{x}(c_1 + c_2\ln|x|)$

(f) $\therefore y = x^{-1}[C_1\cos(\ln|x|) + C_2\sin(\ln|x|)]$

2.7

(a) $y = c_1e^x + c_2e^{-x} + c_3e^{-2x}$

(b) $y = c_1e^x + c_2e^{-x} + c_3e^{2x}$

(c) $y = c_1e^x + c_2e^{-2x} + c_3e^{3x}$

(d) $y = c_1e^{-x} + c_2e^{2x} + c_3e^{-2x}$

(e) $y = c_1e^{-x} + c_2e^{2x} + c_3e^{-3x}$

(f) $y = c_1e^{\frac{1}{2}x} + c_2e^{-x} + c_3e^{-2x}$

(g) $y = c_1e^x + c_2xe^x + c_3e^{-2x}$

(h) $y = c_1e^{-x} + c_2xe^{-x} + c_3e^{2x}$

(i) $y = c_1 + c_2x + c_3e^x$

(j) $y = c_1e^x + e^{-2x}(c_2 + c_3x)$

(k) $y = (c_1 + c_2x + c_3x^2)e^x + c_4e^{-x}$

(l) $y = c_1 + (c_2 + c_3x + c_4x^2)e^{-x}$

(m) $y = e^{-x}(c_1 + c_2x + c_3x^2) + c_4e^{2x}$

(n) $y = c_1e^{-x} + e^x(c_2\cos x + c_3\sin x)$

(o) $y = c_1e^x + e^{-2x}(c_2\cos x + c_3\sin x)$

(p) $y = c_1\cos x + c_2\sin x + c_3\cos 2x + c_4\sin 2x$

2.8

(a) $x = c_1e^{-2t} + c_2e^{-4t}, \quad y = c_1e^{-2t} - c_2e^{-4t}$

(b) $x = c_1e^{2t} + c_2e^{4t}, \quad y = \frac{1}{3}(c_1e^{2t} + 3c_2e^{4t})$

(c) $x = c_1\sin t + c_2\cos t, \quad y = c_1\cos t - c_2\sin t$

(d) $x = (c_1 + c_2t)e^t, \quad y = c_1e^t$

(e) $x = c_1e^{3t} + c_2e^{-t}, \quad y = -c_1e^{3t} + c_2e^{-t}$

(f) $x = -c_1e^{2t} - e^{2t}(c_2 + c_2t), \quad y = e^{2t}(c_1 + c_2t)$

$$(g) \quad x = e^t(c_1 \cos 2t + c_2 \sin 2t), \quad y = e^t(c_1 \sin 2t - c_2 \cos 2t)$$

$$(h) \quad x = e^t(c_1 \sin t + c_2 \cos t), \quad y = -e^t(c_1 \cos t - c_2 \sin t)$$

$$(i) \quad x = c_1 e^t - \frac{1}{5} c_2 e^{-4t}, \quad y = c_2 e^{-4t}$$

$$(j) \quad x = c_1 e^{3t} + c_2 e^{-3t} + \frac{5}{9} t + \frac{7}{9}, \quad y = -2c_1 e^{3t} - \frac{1}{2} c_2 e^{-3t} - \frac{4}{9} t - \frac{10}{9}$$

2.9

$$(a) \quad x = 3e^{-2t} - e^{-4t}, \quad y = 2e^{-2t} - e^{-4t}$$

$$(b) \quad x = -2 \sin t - \cos t, \quad y = -2 \cos t + \sin t$$

$$(c) \quad x = e^t(2t + 1), \quad y = 2e^t$$

$$(d) \quad x = \frac{8}{7} e^{5t} + \frac{13}{7} e^{-2t}, \quad y = \frac{6}{7} e^{5t} - \frac{13}{7} e^{-2t}$$

$$(e) \quad x = e^{-t} - 4e^{-4t}, \quad y = 4e^{-t} - 4e^{-4t}$$

$$(f) \quad x = \frac{2}{5} e^{-4t} - \frac{12}{5} e^t, \quad y = -2e^{-4t}$$

$$(g) \quad x = 2te^{2t}, \quad y = -e^{2t}(2t - 2)$$

2.10

$$(a) \quad y = b_0 e^{3x}$$

$$(b) \quad y = b_0 e^{-x}$$

$$(c) \quad y = c e^{-x} - 2 + 2x$$

$$(d) \quad y = b + b_1 e^x$$

$$(e) \quad y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-2x}$$

$$(f) \quad y = b_0 \cos 3x + b \sin 3x$$

$$(g) \quad y = b_0 e^{(1/2)x^2}$$

$$(h) \quad y = c_1 \left(1 - \frac{1}{2} x^2 - \frac{1}{24} x^4 - \frac{1}{240} x^6 - \dots\right) + c_2 x$$

2.11

$$x = 0.2 \cos t$$

2.12

$$x = -\frac{7}{30} \cos 2t + \frac{1}{10} \sin 2t + \frac{1}{3} \cos t$$

2.13

$$q = -\frac{5}{2} \cos \sqrt{2}t + \frac{5}{2}$$

2.14

$$x(t) = e^{-t}(0.1 \cos t + 0.3 \sin t)$$

2.15

$$x(t) = (0.2 + 0.5t)e^{-2t}$$

2.16

$$x = 0.5e^{-t} - 0.2e^{-3t}$$

2.17

$$q(t) = e^{-t}(-0.2 \cos 3t + 0.1 \sin 3t) + 0.5$$