

1장 연습문제 답안

1.

(a) $4x^3 + 2x^2 - 2xy + 8$

(b) $-x^3 + 5x^2 - 16xy - 2$

(c) $x^4 - 6x^3y + 9x^2y^2$

(d) $2x^5 - 6x^4y + 2x^3y + 2x^2(2 - 3y^2) - 12xy$

3.

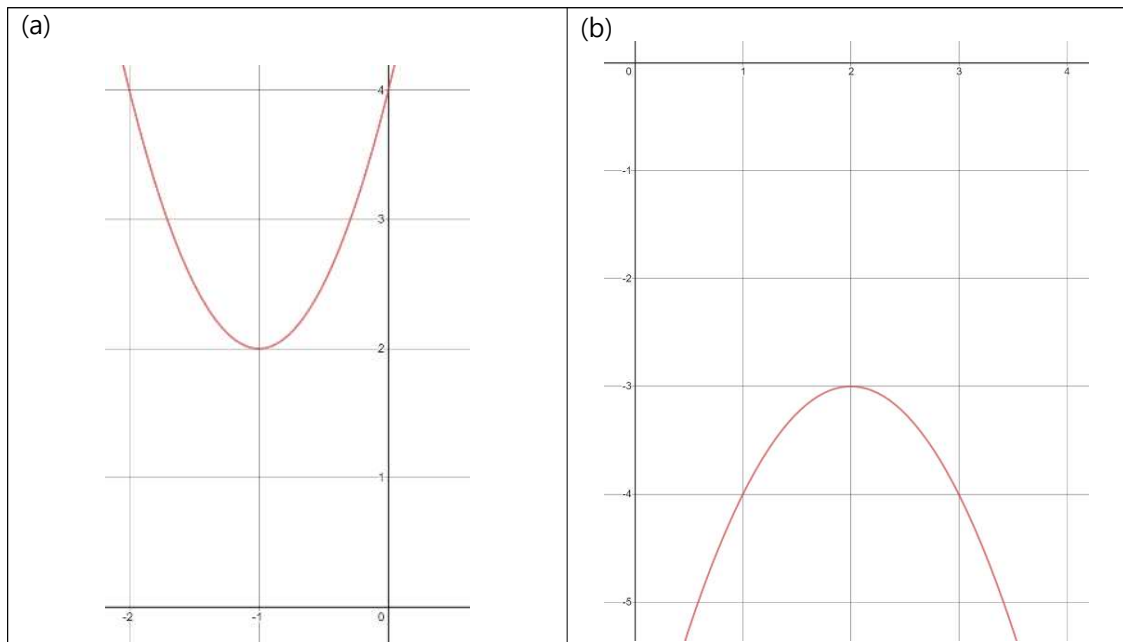
(a) $y = x + 1$

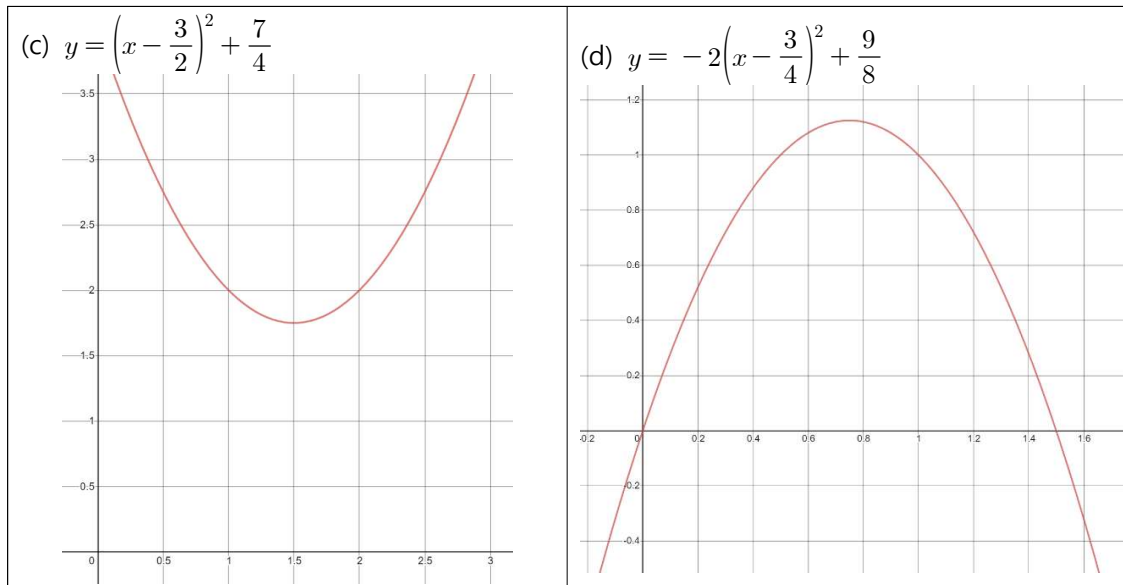
(b) $y = -3x$

(c) $y = \frac{1}{4}x - 1$

(d) $y = \frac{3}{2}x - 3$

5.





7.

(a) $\mathbb{R}$

(b) $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$

(c) $\mathbb{R}$

(d) $\mathbb{R} - \{0\}$

9.

(a) $\{x : x \leq -3\} \cup \{x : x \geq 3\}$

(b) $\mathbb{R}$

(c) $\{x : -\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}\}$

(d) $\mathbb{R}$

11.

(a) $1 = \frac{1}{2} \times 9.8t$ 에서 $t = \sqrt{\frac{2}{9.8}} \approx 0.45$ 초이다.

(b) 낙하거리가 4m가 되는 지점까지 걸리는 시간은 $t = \sqrt{\frac{8}{9.8}} \approx 0.90$ 초이고 낙하거리가

8m가 되는 지점까지 걸리는 시간은 $t = \sqrt{\frac{8}{4.9}} \approx 1.28$ 초이다.

따라서 4m가 되는 지점부터 8m가 되는 지점까지 물체가 떨어지는 데 걸리는 시간 t 는 $1.28 - 0.90 = 0.38$ 초이다.

13.

$\frac{60 \times 40}{7^2} = \frac{50x}{6^2}$ 에서 $x = \frac{1728}{49} \approx 35.27$ kg 이다.

15.

(a) $y = x + \frac{24}{x}$

(b) $11 = x + \frac{24}{x}$ 에서 $x^2 - 11x + 24 = 0$ 이다. 따라서 $x = 3$ 또는 $x = 8$ 이고, $x \geq 4$ 이어야 하므로 $x = 8$ 이다.

2장 연습문제 답안

1.

- (a) 지수함수이다. (b) 지수함수이다.
(c) 지수함수가 아니다. (d) 지수함수가 아니다.

3.

- (a) $\sqrt{8} > \sqrt[3]{16}$ (b) $\sqrt[3]{9} > \sqrt[5]{27}$
(c) $\sqrt[4]{0.3} > \sqrt[5]{0.09}$ (d) $\sqrt[3]{0.4} > \sqrt[6]{0.064}$

5.

- (a) $x < \frac{7}{5}$ (b) $x \leq -\frac{1}{2}$ 또는 $x \geq 1$
(c) $x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 또는 $x > \frac{\sqrt{2}}{2}$ (d) $x \geq \frac{11}{8}$

7.

- (a) $\log_2 \frac{1}{6}$ (b) $\log_3 \frac{3}{4}$
(c) $\log_2 15$ (d) $\log_3 (7 + 5\sqrt{2})$

9.

- (a) $\log_2 9 > \log_2 \sqrt[3]{27}$ (b) $\log_3 \sqrt[3]{\frac{1}{4}} < \log_3 \sqrt[4]{\frac{1}{2}}$
(c) $\log_{\frac{1}{4}} 4 < \log_{\frac{1}{4}} \sqrt[3]{16}$ (d) $\log_{\frac{1}{5}} \sqrt[3]{0.1} < \log_{\frac{1}{5}} \sqrt[3]{0.01}$

11.

- (a) $-\frac{1}{4} < x < \frac{2}{5}$ (b) $\frac{1}{5} < x < \frac{4}{3}$
(c) $1 < x < 2$ (d) $x > \frac{\sqrt{14}}{2}$

13.

(a) $5000 \leq 10 \cdot 2^{2t}$ 에서 $\frac{1}{2} \log_2 500 = t$ 이다. $\frac{1}{2} \log_2 500 \approx 4.48$ 이므로 박테리아가 5000마리 이상이 되는 데 5시간 걸린다.

(b) $5000000 \leq 10 \cdot 2^{2t}$ 에서 $\frac{1}{2} \log_2 5000000 = t$ 이다. $\frac{1}{2} \log_2 5000000 \approx 9.47$ 이므로 박테리아가 5000000마리 이상이 되는 데 10시간 걸린다.

15.

올해 인구를 $N(0)$ 이라 하면 t 년 후의 인구는 $N(t) = N(0) \left(\frac{93}{100}\right)^t$ 이다.

$N(0) \left(\frac{93}{100}\right)^t \leq \frac{2}{3} N(0)$ 에서 $t > 5.59$ 이므로 6년 후에 도시의 인구가 올해 인구의 $\frac{2}{3}$ 이하가 된다.

17.

표준 지진 강도를 A_0 , 포항의 지진 강도를 A_1 , 롬복 섬의 지진 강도를 A_2 라 하면

$A_1 = A_0 \cdot 10^{5.4}$ 이고 $A_2 = A_0 \cdot 10^7$ 이다. 따라서 $A_2 = A_1 10^{1.6}$ 이고 $10^{1.6} \approx 39.8$ 이므로 롬복 섬에서 발생한 지진 강도가 포항에서 발생한 지진 강도의 약 39.8배이다.

3장 연습문제 답안

1.

(a) -328°

(b) -126°

(c) 62°

(d) 196°

(e) $-\frac{12}{7}\pi$

(f) $-\frac{12}{11}\pi$

(g) $\frac{21}{13}\pi$

(h) $\frac{17}{16}\pi$

3.

(a) $\sin x > 0, \cos x > 0, \tan x > 0$

(b) $\sin x < 0, \cos x > 0, \tan x < 0$

(c) $\sin x < 0, \cos x < 0, \tan x > 0$

(d) $\sin x > 0, \cos x < 0, \tan x < 0$

5.

(a) $\cos \theta = -\frac{\sqrt{35}}{6}, \tan \theta = -\frac{1}{\sqrt{35}}$

(b) $\sin \theta = -\frac{3}{5}, \tan \theta = \frac{3}{4}$

(c) $\sin \theta = -\frac{3}{\sqrt{58}}, \cos \theta = \frac{7}{\sqrt{58}}$

7.

(a) $\frac{10}{3}\pi$

(b) $\frac{2}{7}\pi$

(c) $\frac{\pi}{2}$

(d) 6π

(e) 8π

(f) $\sqrt{2}\pi$

9.

(a) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

(b) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

(c) $2 - \sqrt{3}$

(d) $-2 + \sqrt{3}$

11.

(a) $\sqrt{2} \sin \left(\theta - \frac{\pi}{4} \right)$

(b) $-\sqrt{2} \cos \left(\theta + \frac{\pi}{4} \right)$

(c) $2 \sin \left(\theta + \frac{\pi}{6} \right)$

(d) $2 \cos \left(\theta - \frac{\pi}{3} \right)$

13.

- | | |
|--------------------|---------------------|
| (a) 최댓값 5, 최솟값 -5 | (b) 최댓값 -1, 최솟값 -11 |
| (c) 최댓값 5, 최솟값 3 | (d) 최댓값 1, 최솟값 -5 |
| (e) 최댓값 없음, 최솟값 없음 | (f) 최댓값 없음, 최솟값 없음 |

15.

주파수가 1 Hz에서 2 Hz로 바뀌면 정현파 파형의 모양은 바뀌지 않으며 주기는 반으로 줄어든다.

17.

$Q = VI \sin \phi$ 에서 $220 = 220 \times 15 \times \sin \phi$ 이므로 $\sin \phi = \frac{1}{15}$ 이다.

따라서 $P = VI \cos \phi = 220 \times 15 \times \frac{\sqrt{224}}{15} = 220 \sqrt{224} \approx 3292.7 \text{ W}$ 이다.

19.

(a) $t = 2.2$ 일 때 만조이고 해수면의 높이는 7.7 m이다.

(b) $t = 2.2 + \frac{\pi}{0.52}$ 일 때 간조이고 해수면의 높이는 1.46 m이다.

4장 연습문제 답안

1.

(a) $\sqrt{7}i$

(b) $2\sqrt{3}i$

(c) $3\sqrt{2}i$

(d) $7i$

(e) $2\sqrt{14}i$

(f) $9i$

3.

(a) $a = 4, b = -\frac{2}{5}$

(b) $a = 2, b = \frac{3}{2}$

(c) $a = 2, b = 2$

(d) $a = -\frac{3}{2}, b = \frac{15}{2}$

(e) $a = \frac{12}{5}, b = \frac{6}{5}$

(f) $a = -1, b = 1$

5.

(a) $5 - i$

(b) $-1 - 9i$

(c) $18 + i$

(d) $\frac{5}{6} + \frac{11}{3}i$

(e) $-7i$

(f) $1 + 6i$

7.

(a) $\frac{1}{5}$

(b) $-\frac{1}{3}i$

(c) $\frac{1}{10}(1 - 2i)$

(d) $\frac{1}{17}(4 + i)$

(e) $-\frac{1}{26}(1 + 5i)$

(f) $\frac{1}{13}(-3 + 2i)$

9.

(a) -3

(b) $5i$

(c) $2 - 9i$

(d) $6 + 3i$

(e) $-1 - 17i$

(f) $-13 + 14i$

11.

$z = a + bi$ 라 하면 $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ 이므로 $|z|^2 = a^2 + b^2$ 이다.

$z \cdot \bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$ 이다. 따라서 $|z|^2 = z \cdot \bar{z}$ 이다.

13.

$$(a) \quad 3 = 3 (\cos 0 + i \sin 0)$$

$$(b) \quad 4i = 4 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right)$$

$$(c) \quad 2 + 2i = 2\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$(d) \quad 3 - 3\sqrt{3}i = 6 \left(\cos \frac{5}{3}\pi + i \sin \frac{5}{3}\pi \right)$$

15.

$$(a) \quad (2 + j) + (3 - 2j) + (1 - 3j) = (6 - 4j) \, \Omega$$

$$(b) \quad I = \frac{V}{R} = \frac{100}{6 - 4j} = \frac{25}{13} (6 + 4j) \, A$$

17.

복소전력은 $(6 + 5j)(7 + 6j) = 12 + 71j$ 이다.

따라서 유효전력은 12 이고 무효전력은 71 이다.

5장 연습문제 답안

1.

(a) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 4 & 4 & 2 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 4 & 1 & -4 \\ 0 & 2 & 8 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 9 & 3 & 0 \\ 6 & 9 & 15 \end{bmatrix}$

(d) $\begin{bmatrix} -14 & -4 & 8 \\ -4 & -10 & -26 \end{bmatrix}$

3.

(a) D 는 3×1 행렬

(b) E 는 5×5 행렬

(c) F 는 6×3 행렬

(d) G 는 5×1 행렬

5.

(a) $[0]$

(b) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & -4 & -2 \\ 2 & 8 & 4 \end{bmatrix}$

(c) $[17 \quad 9 \quad 4]$

(d) $\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}$

7.

(a) $\det(A) = -13$

(b) $\det(B) = 30$

(c) $\det(C) = -1$

(d) $\det(D) = -1$

9.

(a) 정칙행렬

(b) 특이행렬

(c) 정칙행렬

(d) 특이행렬

(e) 정칙행렬

(f) 특이행렬

11.

(a) $A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

(b) $B^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$

(c) $C^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -14 & 13 \end{bmatrix}$

(d) $D^{-1} = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$

13.

(a) $x = 3, y = -1, z = 2$

(b) $x = -1, y = -2, z = 3$

15.

교차로 A : $290 = x + w,$

교차로 B : $x + 320 = y$

교차로 C : $y + 260 = z,$

교차로 D : $w + z = 870$

에서 다음 행렬의 곱을 얻는다.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 290 \\ 320 \\ 260 \\ 870 \end{bmatrix}$$

17.

$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 11 & 5 \end{bmatrix}$ 이므로 전하고자 하는 메시지는 'cake'이다.

6장 연습문제 답안

1.

- (a) 0 (b) 3
(c) 0 (d) 2

3.

- (a) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -2,$ $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 2$
(b) $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = 2,$ $\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) = -2$
(c) $\lim_{x \rightarrow 3^-} h(x) = 19,$ $\lim_{x \rightarrow 3^+} h(x) = 19$
(d) $\lim_{x \rightarrow 0^-} k(x) = 1,$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} k(x) = 1$

5.

- (a) $-\infty$ (b) ∞
(c) ∞ (d) ∞

7.

- (a) 3 (b) $\frac{1}{32}$
(c) $\frac{1}{4}$ (d) 4

9.

- (a) ∞ (b) ∞
(c) 0 (d) 0

11.

- (a) $\frac{11}{3}$ (b) $\frac{3}{4}$
(c) $\frac{9}{11}$ (d) $\frac{4}{13}$

13.

- (a) $a = 4$ (b) $b = -2$

15.

- (a) $\{x : x > 0\}$ (b) $\mathbb{R} - \{-1\}$
(c) $\{x : -1 < x < 0\} \cup \{x : 0 < x\}$ (d) $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$

17.

$$\lim_{x \rightarrow 10^-} s(x) = 5000, \quad \lim_{x \rightarrow 10^+} s(x) = 6000$$

19.

(a) $T(5) = 20 + 130 e^{-0.31 \times 5} \approx 47.59^\circ\text{C}$

(b) $\lim_{t \rightarrow \infty} T(t) = 20$

7장 연습문제 답안

1.

(a) 3

(b) 2

(c) 3

3.

(a) $\frac{1}{6} x^{-\frac{5}{6}}$

(b) $\frac{7}{3} x^{\frac{4}{3}}$

(c) $-2\pi x^{-2\pi-1}$

(d) $-\sqrt{3} x^{-\sqrt{3}-1}$

(e) 0

(f) 0

5.

(a) $15(3x+4)^4$

(b) $20x(2x^2+3)^4$

(c) $6x(x^2-3)^2$

(d) $-28x^6(-2x^7+x)$

(e) $-6(x+1)(x^2+2x+4)^{-4}$

(f) $12(1+x^2)(3-3x-x^3)^{-5}$

7.

(a) $\frac{5t^4}{6t+4}$

(b) $3\sqrt[3]{u^2}\left(1+\frac{2}{u^3}\right)$

(c) $\frac{3s^2 - \frac{1}{s}}{e^s - \sin s}$

(d) $-2\sin^2 \theta$

9.

(a) $\frac{4x^3+1}{x^4+x}$

(b) $\frac{-7x^6}{7-x^7}$

(c) $\frac{1}{x \ln 6}$

(d) $\frac{1}{x \ln 12}$

(e) $\frac{11x^{10}}{(x^{11}+1)\ln 3}$

(f) $\frac{-4x^3}{(2-x^4)\ln 5}$

(g) $\frac{1 - \frac{1}{x^2}}{(x + \frac{1}{x}) \ln 7}$

(h) $\frac{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x\sqrt{x}}\right)}{\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)\ln 9}$

11.

(a) $12x^3 \cos(3x^4+2)$

(b) $\frac{5}{2\sqrt{x}} \sin \sqrt[4]{x}$

(c) $-\sec^2 x \sin(\tan x)$

(d) $-4\cos x \sin(\sin x) \cos^3(\sin x)$

(e) $-\sin x \sec^2(\cos x)$

(f) $3(2x+\cos x) \sec^2(x^2+\sin x) \tan^2(x^2+\sin x)$

13.

(a) 순간속도는 $4t^3 - 9t^2$ 이고 가속도는 $12t^2 - 18t$ 이다.

(b) $t = \frac{9}{4}$ 일 때 입자가 방향을 바꾼다.

15.

음함수의 미분법을 사용한다. 가스법칙의 양변을 t 에 대하여 미분하면

$$\frac{dP}{dt} \cdot V + P \cdot \frac{dV}{dt} = nR \cdot \frac{dT}{dt}$$

이다. 따라서

$$0.2 \times 8 + 4 \times (-0.1) = 12 \times 0.0821 \times \frac{dT}{dt}$$

로부터 $\frac{dT}{dt} = \frac{1.2}{12 \times 0.0821} \approx 1.22$ 이다.

8장 연습문제 답안

1.

(a) $x = 0, x = 3$

(b) $x = \frac{1}{2}$

(c) $x = 0, x = \frac{2}{3}$

(d) $x = \frac{1}{3}, x = 1$

(e) $x = 1$

(f) $x = -2$

(g) 임계점 없음

(h) $x = 0$

3.

(a) $x = -3$ 에서 극솟값 -27 을 갖는다.

(b) $x = 0$ 에서 극댓값 0 , $x = 2$ 에서 극솟값 -4 를 갖는다.

(c) 극값을 갖지 않는다.

(d) 극값을 갖지 않는다.

(e) $x = 0$ 에서 극댓값 1 을 갖는다.

(f) $x = 3$ 에서 극댓값 $\frac{1}{6}$, $x = -1$ 에서 극솟값 $-\frac{1}{2}$ 을 갖는다.

(g) $x = 2$ 에서 극댓값 $\frac{4}{e^2}$, $x = 0$ 에서 극솟값 0 을 갖는다.

(h) $x = \sqrt{e}$ 에서 극댓값 $\frac{1}{2e}$ 을 갖는다.

5.

(a) $f(x)$ 가 $[0, 3]$ 에서 연속이고 $(0, 3)$ 에서 미분가능하며 $f(0) = 0 = f(3)$ 이므로 평균값 정리에 의하여 $f'(c_1) = 0$ 인 $c_1 \in (0, 3)$ 이 존재한다.

(b) $g(x)$ 가 $[2\pi, 4\pi]$ 에서 연속이고 $(2\pi, 4\pi)$ 에서 미분가능하며 $g(2\pi) = g(4\pi)$ 이므로 평균값 정리에 의하여 $g'(c_2) = 0$ 인 $c_2 \in (2\pi, 4\pi)$ 가 존재한다.

(c) $h(x)$ 가 $[0, 1]$ 에서 연속이고 $(0, 1)$ 에서 미분가능하며 $h(0) = 0, h(1) = -1$ 이므로 평균값 정리에 의하여 $h'(c_3) = \frac{h(1) - h(0)}{1 - 0} = -1$ 인 $c_3 \in (0, 1)$ 가 존재한다.

(d) $k(x)$ 가 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 에서 연속이고 $(0, \frac{\pi}{2})$ 에서 미분가능하며 $k(0) = 1, k(\frac{\pi}{2}) = 0$ 이므로

평균값 정리에 의하여 $k'(c_4) = \frac{k(\frac{\pi}{2}) - k(0)}{\frac{\pi}{2} - 0} = -\frac{2}{\pi}$ 인 $c_4 \in (0, \frac{\pi}{2})$ 가 존재한다.

7.

(a) 2.23

(b) 4.12

(c) 5.10

(d) 6.08

9.

- (a) 192
(c) ∞

- (b) -1
(d) 1

11.

- (a) -3
(c) 1

- (b) 0
(d) 0

13.

$R(M) = \frac{C}{2}M^2 - \frac{M^3}{3}$ 에서 $\frac{dR}{dM} = CM - M^2 = M(C - M)$ 이다.

따라서 $M = C$ 일 때 $R(M)$ 의 최댓값은 $\frac{1}{6}C^3$ 이다.

15.

$v = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$ 일 때 $F(v)$ 는 최댓값 $\frac{1}{2\alpha} \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$ 를 갖는다.

9장 연습문제 답안

1.

(a) $\frac{1}{3}x^3 + \ln|x| + C$

(b) $-\frac{1}{x} - \cos x + C$

(c) $\frac{2}{3}x\sqrt{x} - \sin x + C$

(d) $\tan x - \frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} + C$

(e) $\frac{3}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 - x + C$

(f) $-\cos x + \sin x + \frac{5}{4}x^{\frac{4}{5}} + C$

3.

(a) $\frac{1}{6}(x+2)^6 + C$

(b) $\frac{1}{9}(x-3)^9 + C$

(c) $\frac{1}{16}(2x+3)^8 + C$

(d) $-\frac{1}{28}(3-4x)^7 + C$

(e) $\frac{1}{8}(x^2+1)^4 + C$

(f) $-\frac{1}{5}(3-x^2)^5 + C$

5.

(a) $\frac{1}{2}e^x(\sin x - \cos x) + C$

(b) $-x\cos x + \sin x + C$

(c) $2x\cos x + (x^2-2)\sin x + C$

(d) $(x^2-2x+2)e^x + C$

(e) $\frac{1}{3}x^3\ln x - \frac{1}{9}x^3 + C$

(f) $x(\ln x)^2 - 2x\ln x + 2x + C$

7.

(a) $-\frac{1}{7}\cos^7 x + \frac{2}{5}\cos^5 x - \frac{1}{3}\cos^3 x + C$

(b) $\frac{1}{7}\sin^7 x - \frac{2}{5}\sin^5 x + \frac{1}{3}\sin^3 x + C$

(c) $-\frac{1}{9}\cos^9 x + \frac{2}{7}\cos^7 x - \frac{1}{5}\cos^5 x + C$

(d) $\frac{1}{9}\sin^9 x - \frac{2}{7}\sin^7 x + \frac{1}{5}\sin^5 x + C$

9.

(a) $\frac{1}{2}\sin x - \frac{1}{18}\sin 9x + C$

(b) $\frac{1}{16}\sin 8x - \frac{1}{20}\sin 10x + C$

(c) $\frac{1}{2}\cos^2 x - \frac{1}{16}\cos 8x + C$

(d) $-\frac{1}{12}\cos 6x - \frac{1}{16}\cos 8x + C$

(e) $\frac{1}{2}\sin x + \frac{1}{18}\sin 9x + C$

(f) $\frac{1}{16}\sin 8x + \frac{1}{20}\sin 10x + C$

11.

(a) $\frac{1}{2} \ln |x-3| - \frac{1}{2} \ln |x-1| + C$

(b) $\frac{1}{6} \ln |x-2| - \frac{1}{6} \ln |x+4| + C$

(c) $\frac{4}{5} \ln |x+4| + \frac{1}{5} \ln |x-1| + C$

(d) $\frac{6}{7} \ln |x+2| + \frac{15}{7} \ln |x-5| + C$

(e) $\frac{2}{5} \ln |x+1| + \frac{1}{10} \ln |2x-3| + C$

(f) $\frac{11}{12} \ln |3x-1| - \frac{1}{4} \ln |x+1| + C$

13.

(a) $v(t) = \frac{1}{2} t^2 - 2 \cos t + \ln |t| + C$

(b) $s(t) = \frac{1}{2} \sin 2t + \frac{3}{4} t \sqrt[3]{t} - \ln |t-2| + C$

15.

$\int \frac{1}{P(a-bP)} dP = \frac{1}{a} \ln |P| - \frac{1}{a} \ln |a-bP| + C$ 에 $a=5, b=2$ 를 대입하면 구하고자

하는 부정적분은 $\frac{1}{5} \ln |P| - \frac{1}{5} \ln |5-2P| + C$ 이다.

10장 연습문제 답안

1.

(a) $\frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

(b) $\frac{n(n+1)(n-1)}{3}$

(c) $\frac{n}{2}(2n^2 + 3n + 9)$

(d) $\frac{n}{3}(2n^2 + 3n - 8)$

(e) $\frac{3}{2}n^2 + \frac{n}{2}$

(f) $\frac{n}{6}(4n^2 - 3n - 1)$

3.

(a) $\frac{9}{2}$

(b) $-\frac{3}{2}$

(c) 6

(d) $-\frac{33}{2}$

(e) $\frac{14}{3}$

(f) $\frac{2}{3}$

5.

(a) $F_1'(x) = x^2 + 3x + 1$

(b) $F_2'(x) = \sin x + \cos x^2$

(c) $F_3'(x) = -(e^x + \ln x)$

(d) $F_4'(x) = -\tan x e^{-x}$

(e) $F_5'(x) = e^{\sin x + x^2} - \frac{1}{x^2}$

(f) $F_6'(x) = \cos(\sin(x^2 - 1)) + \tan x^3$

7.

(a) $\frac{5}{3}$

(b) $-\frac{1}{6}$

(c) $\frac{1}{2}$

(d) $\frac{3}{2}$

(e) $\frac{2}{e} - 2e$

(f) $\frac{1}{12} + \ln \frac{4}{3}$

9.

(a) $\frac{8\sqrt{2}}{3} - \frac{4}{3}$

(b) $4\sqrt{3}$

(c) $\frac{17}{2}$

(d) $\frac{225}{2}$

11.

(a) 8

(b) 4

(c) 40

(d) $\frac{86}{3}$

13.

(a) ∞

(b) $2\sqrt{2}$

(c) ∞

(d) $2\sqrt{3}$

(e) $-\infty$

(f) ∞

15.

(a) $\int_0^4 (2t^2 + 3t - 2) dt \approx 58.67$

이 물체는 4초 후에 처음 위치에서 오른쪽으로 58.67 되는 지점에 위치한다.

(b) $\int_0^2 (2t^2 - t - 3) dt \approx -2.67$

이 물체는 2초 후에 처음 위치에서 왼쪽으로 2.67 되는 지점에 위치한다.

11장 연습문제 답안

1.

(a) $f(-1, 2) = 3$

(b) $f(2, -1) = 6$

(c) $g(3, 1) = \frac{10}{3} - \sin 1$

(d) $g(-1, 3) = -12 - \sin 3$

3.

(a) $f_x = \frac{1}{5}x^{-\frac{4}{5}}, \quad f_y = \frac{1}{2}y^{-\frac{1}{2}}$

(b) $f_x = 4x^3y^2 - y^5, \quad f_y = 2x^4y - 5xy^4$

(c) $f_x = \frac{3x^2}{y^3}, \quad f_y = -\frac{3x^3}{y^4}$

(d) $f_x = -\frac{\ln y}{e^x}, \quad f_y = \frac{1}{ye^x}$

5.

(a) $f_x = 2x \cos(x^2 + y^4), \quad f_y = 4y^3 \cos(x^2 + y^4)$

(b) $f_x = \sec^2(x + y^3), \quad f_y = 3y^2 \sec^2(x + y^3)$

(c) $f_x = \frac{\cos x}{\sin x + \cos y}, \quad f_y = -\frac{\sin y}{\sin x + \cos y}$

(d) $f_x = 20(2x - 3y^3)^9, \quad f_y = -90y^2(2x - 3y^3)^9$

7.

(a) $f_{xxx} = 27e^{3x} \sin 5y$

(b) $f_{yxy} = -75e^{3x} \sin 5y$

(c) $f_{xxxy} = -225e^{3x} \sin 5y$

(d) $f_{yxy} = -225e^{3x} \sin 5y$

9.

(a) $\frac{dz}{dt} = 2e^{2t} + 6t^5$

(b) $\frac{dz}{dt} = \frac{4t^3}{\sin^3 t} - \frac{3t^4 \cos t}{\sin^4 t}$

(c) $\frac{dz}{dt} = \frac{e^t}{2\sqrt{e^t \cos t}} (\cos t - \sin t)$

$$(d) \frac{dz}{dt} = e^{t^2+1} (2t \cos(t^3 - t) - (3t^2 - 1) \sin(t^3 - t))$$

11.

$$(a) \int_1^2 \int_{-1}^1 (x^2 + y^2) dx dy = \frac{16}{3}$$

$$(b) \int_0^1 \int_{-2}^1 (2x + y^3) dy dx = -\frac{3}{4}$$

$$(c) \int_0^2 \int_0^3 (\sin x + \cos y) dx dy = 2 + 3 \sin 2 - 2 \cos 3$$

$$(d) \int_{-3}^3 \int_{-2}^2 e^y dy dx = 6(e^2 - e^{-2})$$

13.

D 에서 $f(x, y)$ 의 평균값은 120이다.

15.

이상기체 상태방정식은 $P = \frac{8.31 T}{V}$ 이다. 연쇄법칙에 의하여

$$\frac{dP}{dt} = \frac{\partial P}{\partial T} \cdot \frac{dT}{dt} + \frac{\partial P}{\partial V} \cdot \frac{dV}{dt} = \frac{8.31}{V} \cdot \frac{dT}{dt} - \frac{8.31 T}{V^2} \cdot \frac{dV}{dt} \approx -0.03324$$

이다.

17.

(a) x 축에 대한 관성모멘트는 129이다.

(b) y 축에 대한 관성모멘트는 $\frac{312}{5}$ 이다.

12장 연습문제 답안

1.

- (a) $\{t : t \neq 0\}$
- (b) $\{t : t > -1\}$
- (c) $\{t : t > -2, t \neq -1, t \neq 1 \text{ 인 모든 실수}\}$
- (d) $\{t : t \neq 0\}$

3.

- (a) $\mathbf{r}'(t) = \langle 1, 4t^3, 6t^5 \rangle, \mathbf{r}''(t) = \langle 0, 12t^2, 30t^4 \rangle$
- (b) $\mathbf{r}'(t) = \langle \frac{1}{2}t^{-\frac{1}{2}}, \frac{1}{3}t^{-\frac{2}{3}}, \frac{1}{7}t^{-\frac{6}{7}} \rangle, \mathbf{r}''(t) = \langle -\frac{1}{4}t^{-\frac{3}{2}}, -\frac{2}{9}t^{-\frac{5}{3}}, -\frac{6}{49}t^{-\frac{13}{7}} \rangle$
- (c) $\mathbf{r}'(t) = \langle 3e^{3t}, 8(4t-1), \frac{1}{t} \rangle, \mathbf{r}''(t) = \langle 9e^{3t}, 32, -\frac{1}{t^2} \rangle$
- (d) $\mathbf{r}'(t) = \langle \cos t - t \sin t, te^t + e^t, 2 \sin t \cos t \rangle,$
 $\mathbf{r}''(t) = \langle -2 \sin t - t \cos t, e^t(2+t), 2(\cos^2 t - \sin^2 t) \rangle$

5.

- (a) 속도벡터 $\mathbf{r}'(t) = \langle 2e^{2t}, 3t^2 - 1, -\cos(2-t) \rangle$
- (b) 속력 $|\mathbf{r}'(t)| = \sqrt{4e^{4t} + (3t^2 - 1)^2 + \cos^2(2-t)}$
- (c) 가속도벡터 $\mathbf{r}''(t) = \langle 4e^{2t}, 6t, -\sin(2-t) \rangle$

7.

- (a) $\mathbf{T}(t) = \frac{\mathbf{r}'(t)}{\|\mathbf{r}'(t)\|} = \langle \frac{t}{\sqrt{t^2+4}}, \frac{2}{\sqrt{t^2+4}}, 0 \rangle$
- (b) $\mathbf{N}(t) = \frac{\mathbf{T}'(t)}{\|\mathbf{T}'(t)\|} = \langle \frac{2}{\sqrt{t^2+4}}, -\frac{t}{\sqrt{t^2+4}}, 0 \rangle$

9.

- (a) $\text{curl} \mathbf{F} = \langle 0, 0, 0 \rangle, \text{div} \mathbf{F} = 2x + 3y^2 + 4z^3$
- (b) $\text{curl} \mathbf{F} = \langle -ye^z, 0, -x^3 \rangle, \text{div} \mathbf{F} = 3x^2y + 4z^3 + e^z$
- (c) $\text{curl} \mathbf{F} = \langle 1 - e^z, 0, 2 \rangle, \text{div} \mathbf{F} = 2x + \frac{1}{z}$
- (d) $\text{curl} \mathbf{F} = \langle 2y\sqrt{x}, xy^2 - \frac{y^2}{2\sqrt{x}}, -2xyz \rangle, \text{div} \mathbf{F} = y^2z$

11.

$$(a) \int_{C_1} (x^2 + 2y) dx + 3x^2 dy = 32$$

$$(b) \int_{C_2} (x + y) dx - x^2 y^2 dy = -\frac{12}{11}$$

$$(c) \int_{C_3} \frac{y}{x} ds = \frac{17}{12} \sqrt{17} - \frac{5}{12} \sqrt{5}$$

13.

$$(a) W = \int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = 0$$

$$(b) W = \int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = 0$$

$$(c) W = \int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = -2$$

$$(d) W = \int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = 3$$

15.

$\text{div} \mathbf{F} = 0$ 이다. 따라서 임의의 점에서 이상유체는 흘러 들어가거나 흘러 나가지 않는다.

13장 연습문제 답안

1.

- | | |
|------------|------------|
| (a) 상미분방정식 | (b) 편미분방정식 |
| (c) 상미분방정식 | (d) 편미분방정식 |
| (e) 상미분방정식 | (f) 편미분방정식 |

3.

- | | |
|--------------|---------------|
| (a) 선형 미분방정식 | (b) 비선형 미분방정식 |
| (c) 선형 미분방정식 | (d) 비선형 미분방정식 |

5.

- (a) $y = -2e^{5x}$
 (b) $y = e^{x-1}$
 (c) $y = \frac{3}{2}e^x - \frac{1}{2}e^{-x}$
 (d) $y = \frac{1}{\frac{3}{2}x - x^2}$

7.

- (a) $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$
 (b) $y = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + 2 - \frac{1}{2} \ln 2$
 (c) $y = \frac{1}{5}x^5 + 1$
 (d) $y^2 + 3y = -\frac{x^2}{2} - x + \frac{83}{2}$
 (e) $\frac{1}{3}y^3 = \frac{2}{3}x\sqrt{x} + 9$
 (f) $-e^{-y} = \frac{1}{2}x^2 + x - e^{-4}$

9.

- (a) $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-3x}$
 (b) $y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-4x}$
 (c) $y = C_1 e^x + C_2 e^{5x}$
 (d) $y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{6x}$
 (e) $y = C_1 e^{\left(\frac{5+\sqrt{21}}{2}\right)x} + C_2 e^{\left(\frac{5-\sqrt{21}}{2}\right)x}$

(f) $y = C_1 e^{(3+2\sqrt{3})x} + C_2 e^{(3-2\sqrt{3})x}$

11.

(a) $y = e^{-x} (C_1 \cos \sqrt{2}x + C_2 \sin \sqrt{2}x)$

(b) $y = e^{-\frac{1}{2}x} (C_1 \cos \frac{3\sqrt{3}}{2}x + C_2 \sin \frac{3\sqrt{3}}{2}x)$

(c) $y = e^{\frac{3}{2}x} (C_1 \cos \frac{\sqrt{55}}{2}x + C_2 \sin \frac{\sqrt{55}}{2}x)$

(d) $y = e^{\frac{1}{2}x} (C_1 \cos \frac{\sqrt{15}}{2}x + C_2 \sin \frac{\sqrt{15}}{2}x)$

13.

$T(t) = 20 + Ce^{kt}$ 이고 $120 = T(0) = 20 + Ce^0$ 에서 $C = 100$ 이다.

따라서 $T(t) = 20 + 100e^{kt}$ 이다. $80 = T(2) = 20 + 100e^{2k}$ 에서 $k = \frac{1}{2} \ln \frac{3}{5}$ 이다.

$25 = T(t_0) = 20 + 100e^{(\frac{1}{2} \ln \frac{3}{5})t_0}$ 에서 $t_0 \approx 11.73$ (분)이다.

14장 연습문제 답안

1.

$$(a) \mathcal{L} \{ t^2 \} = \int_0^{\infty} e^{-st} t^2 dt = \frac{2}{s^3}$$

$$(b) \mathcal{L} \{ e^{-at} \} = \int_0^{\infty} e^{-st} e^{-at} dt = \int_0^{\infty} e^{-(s+a)t} dt = \frac{1}{s+a}$$

$$(c) \mathcal{L} \{ \sin bt \} = \int_0^{\infty} e^{-st} \sin bt dt = \frac{b}{s^2 + b^2}$$

$$(d) \mathcal{L} \{ \cos bt \} = \int_0^{\infty} e^{-st} \cos bt dt = \frac{s}{s^2 + b^2}$$

3.

$$(a) \mathcal{L} \{ f(t) \} = \int_3^{\infty} 2e^{-st} dt = \frac{2e^{-3s}}{s}$$

$$(b) \mathcal{L} \{ g(t) \} = \int_0^2 e^{-st} dt + \int_2^{\infty} 3e^{-st} dt = \frac{1}{s} (1 + 2e^{-2s})$$

$$(c) \mathcal{L} \{ h(t) \} = \int_1^4 e^{-st} dt + \int_4^{\infty} 4e^{-st} dt = \frac{1}{s} (e^{-s} + 3e^{-4s})$$

$$(d) \mathcal{L} \{ k(t) \} = \int_0^2 3e^{-st} dt + \int_2^6 2e^{-st} dt + \int_6^{\infty} e^{-st} dt = \frac{1}{s} (3 - e^{-2s} - e^{-6s})$$

5.

$$(a) \mathcal{L} \{ t^4 e^{3t} \} = \frac{24}{(s-3)^5}$$

$$(b) \mathcal{L} \{ 3e^{-4t} \} = \frac{3}{s+4}$$

$$(c) \mathcal{L} \{ \sin te^{5t} \} = \frac{1}{(s-5)^2 + 1}$$

$$(d) \mathcal{L} \{ \cos te^{-9t} \} = \frac{s+9}{(s+9)^2 + 1}$$

7.

$$(a) \mathcal{L} \{ t \sin 6t \} = \frac{12s}{(s^2 + 36)^2}$$

$$(b) \mathcal{L} \{ t \cos 5t \} = \frac{s^2 - 25}{(s^2 + 25)^2}$$

$$(c) \mathcal{L} \{ t^5 e^{4t} \} = \frac{120}{(s-4)^6}$$

$$(d) \mathcal{L} \{ t^3 e^{-4t} \} = \frac{6}{(s+4)^4}$$

9.

- (a) $\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{3}{(s+2)^4} \right\} = \frac{1}{2} t^3 e^{-2t}$
- (b) $\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{5}{(s-7)^5} \right\} = \frac{5}{24} t^4 e^{7t}$
- (c) $\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{2}{s^2 - 6s + 9} \right\} = 2t e^{3t}$
- (d) $\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{7}{s^3 + 3s^2 + 3s + 1} \right\} = \frac{7}{2} t^2 e^{-t}$

11.

- (a) $y(t) = 3 \cos \sqrt{3} t + \frac{4}{\sqrt{3}} \sin \sqrt{3} t$
- (b) $y(t) = \frac{4}{3} e^{-t} - \frac{1}{3} e^{-4t}$
- (c) $y(t) = \frac{2}{3} \sin t - \frac{1}{3} \sin 2t$
- (d) $y(t) = t e^{-t} + 1$

13.

$$\mathcal{L} \{ e^{-3t} + 3e^{-4t} \} = \frac{1}{s+3} + \frac{3}{s+4}$$

15.

$$q(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{10}{s(s^2 + 6s + 9)} \right\} = \frac{10}{9} e^{-3t} (-3t + e^{3t} - 1)$$

15장 연습문제 답안

1.

$$(a) (x^3, x^3) = \frac{1}{7}$$

$$(b) (x^2, x^5) = \frac{1}{8}$$

$$(c) (x, e^x) = 1$$

$$(d) (x^2, \sin x) = 2 \sin 1 + \cos 1 - 2$$

3.

$$(a) \|f_1\| = \sqrt{8\pi}$$

$$(b) \|f_2\| = \sqrt{\pi}$$

$$(c) \|f_3\| = \sqrt{\pi}$$

$$(d) \|f_4\| = \frac{\sqrt{3\pi}}{2}$$

5.

$$m \neq n \text{ 인 임의의 자연수 } m, n \text{ 에 대하여 } \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos mx}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\sin nx}{\sqrt{\pi}} dx = 0,$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos mx}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\cos nx}{\sqrt{\pi}} dx = 0, \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin mx}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\sin nx}{\sqrt{\pi}} dx = 0 \text{ 이다.}$$

$$\text{또한 } \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} dx = 1, \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin nx}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\sin nx}{\sqrt{\pi}} dx = 1,$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos nx}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{\cos nx}{\sqrt{\pi}} dx = 1 (n \text{ 은 자연수}) \text{ 이다.}$$

따라서 $\left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}}, \frac{\sin x}{\sqrt{\pi}}, \frac{\cos x}{\sqrt{\pi}}, \frac{\sin 2x}{\sqrt{\pi}}, \frac{\cos 2x}{\sqrt{\pi}}, \frac{\sin 3x}{\sqrt{\pi}}, \frac{\cos 3x}{\sqrt{\pi}}, \dots \right\}$ 는 정규직교집합이다.

7.

(a) 구간 $[-\pi, \pi]$ 에서 $f(x)$ 의 푸리에 급수는

$$\frac{5}{6} \pi^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2} (-1)^{n+1} \cos nx + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{\pi}{n} (-1)^n + \frac{2(1 - (-1)^n)}{n^3 \pi} \right\} \sin nx$$

이다.

(b) 구간 $[-\pi, \pi]$ 에서 $g(x)$ 의 푸리에 급수는

$$\frac{1}{4}(2 - \pi) + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1 - (-1)^n}{n^2 \pi} \right\} \cos nx + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\pi} \{1 - (1 + \pi)(-1)^n\} \sin nx$$

이다.

9.

(a) 구간 $[0, \pi]$ 에서 $f(x)$ 의 푸리에 코사인 급수는 1이다.

(b) 구간 $[0, \pi]$ 에서 $g(x)$ 의 푸리에 코사인 급수는

$$\frac{\pi}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{n^2 \pi} \cos \frac{n\pi}{2} \sin^2 \frac{n\pi}{4} \cos nx$$

이다.

11.

(a) $f(x)$ 의 푸리에 변환은 $\frac{2}{iw} (1 - \cos 2w)$ 이다.

(b) $g(x)$ 의 푸리에 변환은 $\frac{1}{iw} (e^{iw} - e^{-i5w})$ 이다.

13.

$$\begin{aligned} \widehat{f^*g}(w) &= \int_{-\infty}^{\infty} (f^*g)(t) e^{-iwt} dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(t-\tau) g(\tau) d\tau e^{-iwt} dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(t-\tau) g(\tau) e^{-iw(t-\tau)} e^{-iw\tau} d\tau dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} f(s) e^{-iws} ds \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau) e^{-iw\tau} d\tau \quad (t-\tau=s \text{로 치환}) \\ &= \hat{f}(w) \hat{g}(w) \end{aligned}$$

15.

구간 $[0, \pi]$ 에서 $f(t)$ 의 푸리에 사인 급수는

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n} (-1)^{n+1} \sin nt$$

이다.